Lampi di luce

Un missile si muove con velocità $v = 150\ 000\ Km/s$ rispetto a una piattaforma AB lunga $L = 300m$ solidale con la terra.

Da un flash lontano partono lampi di luce che viaggiano nella stessa direzione e verso del missile.

Sia sulla piattaforma che sul missile sono presenti alcuni strumenti idonei a misurare lo spazio percorso dalla luce e il corrispondente tempo impiegato.

Nel sistema della piattaforma gli strumenti segnalano che la luce percorre la distanza AB in $1\mu s$, e che pertanto la velocità della luce è $c = 300m/\mu s$

Quale sarà il valore misurato dagli strumenti solidali con il missile?

Rispondere al quesito sia secondo la Fisica classica, sia secondo la Relatività Ristretta.

Soluzione

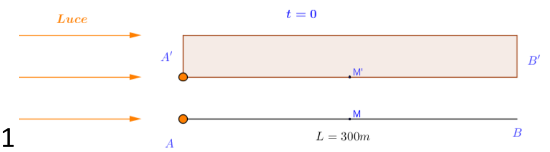
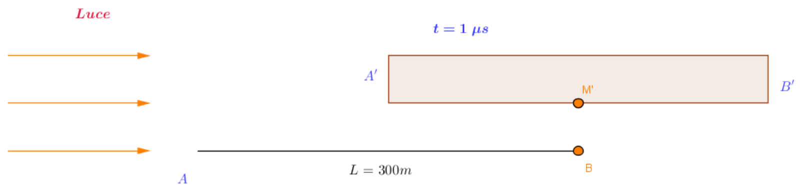


Figura 1

Figura 2



Risposta classica

spostamento relativo = spostamento assoluto - spostamento di trascinamento

velocità relativa c′ = velocità assoluta c - velocità di trascinamento $\frac{c}{2}$

Composizione classica delle velocità $c' = c - v = \frac{c}{2}$

Risposta relativistica

Per il Secondo postulato della Relatività Ristretta la velocità della luce nel vuoto ha in ogni sistema inerziale il valore $c = 300m/\mu s$

Ovvero

Scegliamo un riferimento sulla terra con origine in O, asse x coincidente con la retta AB e, verso positivo quello del moto della luce e del missile
Il riferimento corrispondente sul missile è parallelo e equiverso; le due origini coincidono al tempo t=0

Trasformazioni di Galileo

Siano x_1 *e* x_2 le due posizioni della luce nel riferimento della terra, rispettivamente al tempo t_1 e al tempo t_2

Siano x'_1 *e* x'_2 le posizioni corrispondenti nel riferimento del missile

$$\begin{cases} \boldsymbol{x'_1 = x_1 - vt_1} \\ \boldsymbol{t'_1 = t_2} \end{cases} \qquad \begin{cases} \boldsymbol{x'_2 = x_2 - vt_2} \\ \boldsymbol{t'_1 = t'_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x' = \Delta x - v\Delta t \\ \Delta t' = \Delta t \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \Delta x' = L - \frac{L}{2} = \frac{L}{2} \\ \Delta t' = \Delta t \end{matrix} \rightarrow c' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{c}{2}$$

Ricapitolando

$$\boldsymbol{\Delta t = 1\,\mu s \quad \Delta x = 300\,m \qquad c = 300 m/\mu s}$$

$$\boldsymbol{\Delta t' = 1\,\mu s \quad \Delta x' = 150\,m \quad c' = \frac{c}{2} = 150 m/\mu s}$$

Trasformazioni di Lorentz

Le coordinate di un evento E sono (x;t) nel riferimento della terra, (x';t') nel riferimento del missile

Evento E_1 prima posizione della luce Evento E_2 seconda a posizione della luce

nel riferimento della terra **nel riferimento della terra**

coordinate di E_1(0,0) **coordinate di E_2(L:1)**

$$\boldsymbol{\Delta x = L \qquad \Delta t = 1}$$

$$\begin{cases} x'_1 = \gamma(x_1 - vt_1) \\ t'_1 = \gamma\left(t_1 - \frac{v}{c^2}x_1\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} x'_2 = \gamma(x_2 - vt_2) \\ t'_2 = \gamma\left(t_2 - \frac{v}{c^2}x_2\right) \end{cases} \qquad dove\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{cases} \Delta x' = \gamma\left(\Delta x - \frac{c}{2}\Delta t\right) \\ \Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{1}{2c}\Delta x\right) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma\left(L - \frac{c}{2}\frac{L}{c}\right) = \gamma\frac{L}{2} = \frac{L}{\sqrt{3}} \\ \Delta t' = \gamma\left(\frac{L}{c} - \frac{1}{2c}L\right) = \gamma\frac{L}{2c} = \frac{L}{c\sqrt{3}} \end{cases}$$

$\frac{\Delta x'}{\Delta t'} = c \rightarrow c' = c$ *Composizione relativistica delle velocità* $c' = \frac{c-v}{1-\frac{cv}{c^2}} = c$

Ricapitolando

coordinate di E_1 nel riferimento del missile (0,0) **coordinate di E_2 nel riferimento del missile** $x'_2 = \frac{L}{\sqrt{3}}$ $t'_2 = \frac{L}{c\sqrt{3}}$

$$\begin{cases} \Delta x = & L = 300\,m \\ \Delta t = \frac{L}{c} = & 1\mu s \end{cases} = \begin{cases} \Delta x' = & \frac{L}{\sqrt{3}} \cong 173{,}2\,m \\ \Delta t' = & \frac{L}{c\sqrt{3}} \cong 0{,}57\,\mu s \end{cases}$$

Invariante $\Delta s^2 = \Delta x^2 - c^2\Delta t^2 = L^2 - L^2 = 0$ $\Delta s'^2 = \Delta x'^2 - c^2\Delta t'^2 = \frac{L^2}{3} - \frac{L^2}{3} = 0$

I due eventi hanno distanza spazio-temporale nulla

Un osservatore può assistere sia all'evento E_1, sia all'evento E_2 solo muovendosi alla velocità della luce.

Interpretazione dei risultati

Misura della lunghezza del missile

Supponiamo che per gli osservatori sulla piattaforma all'istante t=0 $A \equiv A'$ $B \equiv B'$

Essi concludono che pertanto $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ =L e che nell' intervallo di tempo pari a $1\mu s$ la luce percorre una distanza pari a $\frac{\overline{A'B'}}{2} = \frac{L}{2}$

Per gli osservatori del missile invece

$\Delta x' = \frac{L}{\sqrt{3}} \cong 173\,m$ invece di $\frac{L}{2}$ = 150 m

La lunghezza propria del missile è uguale a $\frac{2L}{\sqrt{3}} = \gamma L$ **(contrazione delle lunghezze)**

Punto di vista della piattaforma	**Trasformazioni di Lorentz**
Gli orologi di A e B sono sincronizzati Quando segnano entrambi t=0 $A \equiv A'$ $\Downarrow$ $B \equiv B'$ $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ =L	Gli eventi $A \equiv A'$ $B \equiv B'$ sono contemporanei nel riferimento della piattaforma quindi $\Delta t = 0$, pertanto $\Delta x' = \gamma(L - v\Delta t) \rightarrow \Delta x' = \gamma L$ $\Delta t' = \gamma\left(0 - \frac{v}{c^2}L\right) \rightarrow \Delta t' = -\gamma\frac{L}{2c}$ $\Downarrow$ **I due eventi *non* sono contemporanei nel riferimento del missile**

$\Downarrow$

Relatività della simultaneità

Punto di vista del missile
Gli eventi e gli eventi $A \equiv A'$ $B \equiv B'$ non sono contemporanei
La loro distanza temporale è $-\gamma \frac{L}{2c} = -0{,}57\mu s$ cioè quando A' incontra A , B' ha incontrato B $0{,}57\mu s$ prima
Al loro incontro però B segnava 0 in quanto gli orologi della piattaforma non sono sincronizzati.
L'orologio di B è <u>in anticipo</u> di un fattore $\gamma \frac{vL}{c^2} = \gamma \frac{L}{2c}$ $=-0{,}57\mu s$ rispetto a quello di A, pertanto segna 0 invece di $-0{,}57\mu s$

Desincronizzazione

Supponiamo che i lampi di luce siano utilizzati per sincronizzare tra loro gli orologi di ciascun riferimento
Sulla piattaforma, appena ricevuto il segnale luminoso, A farà in modo che il suo orologio segni 0 , mentre B sincronizzerà il suo su $1\mu s$
Gli osservatori sul missile diranno però che non c'è stata sincronizzazione , in quanto B, muovendosi verso il lampo, non ha ricevuto il segnale dopo $1\mu s$ bensì dopo $0{,}57\mu s$, quindi il suo orologio è in anticipo rispetto a quello di A